

12.01.2018r.

**dr hab. Maciej Romaniuk**

*Institut Badań Systemowych PAN, Warszawa*

*Wyższa Szkoła Informatyki Stosowanej i Zarządzania pod auspicjami PAN, Warszawa*

## **Numeryczne symulacje Monte Carlo – wybrane metody i zastosowania**

Rozwój symulacji komputerowych, bazujących na rachunku prawdopodobieństwa i wykorzystujących zasady statystyki matematycznej, nastąpił wraz ze zwiększeniem się mocy obliczeniowej komputerów osobistych. Obecnie zamiast używać komputera klasy mainframe, można w wielu zastosowaniach skorzystać ze zwykłego komputera PC, aby obliczyć poszukiwany wynik wykorzystując numeryczne podejście losowe. Dlatego też liczba dziedzin, gdzie takie symulacje komputerowe są stosowane, stale rośnie i obejmuje m. in. fizykę, medycynę, matematykę finansową, matematykę ubezpieczeniową, statystykę, inżynierię, logistykę itd. Jedną z ważniejszych metod w dziedzinie numerycznych symulacji losowych jest podejście zwane metodą Monte Carlo (MC). Algorytm ten bazuje m.in. na użyciu Mocnego Prawa Wielkich Liczb do obliczenia szukanej wielkości (przedstawionej jako wartość oczekiwana pewnej zmiennej losowej) za pomocą estymatora wykorzystującego odpowiednio wygenerowaną próbę. Sam pomysł powiązania symulacji komputerowych z modelem probabilistyczno-statystycznym został z czasem znacznie rozwinięty i uogólniony, dając początek takim algorytmom jak metody Markov Chain Monte Carlo, podejścia typu DE-MC, metoda MCEM, procedury bootstrapu i resamplingu itd.

W trakcie wykładu zostanie przedstawione krótkie wprowadzenie dotyczące zasad działania algorytmów (pseudo)losowych (tzw. PRNG), sposobów testowania ich jakości oraz metod generowania zmiennych losowych dla różnych rozkładów prawdopodobieństwa. Następnie zostanie omówione klasyczne podejście Monte Carlo (tzw. metoda prostego MC) oraz sposoby zmniejszania błędu uzyskiwanego za jej pomocą estymatora (tzw. metody redukcji wariancji).

W drugiej części wykładu skupimy się na prezentacji dwóch przykładowych zastosowań wcześniej omówionych metod symulacyjnych. Pierwszym przykładem będzie problem numerycznego szacowania kosztów eksploatacyjnych sieci wodociągowej. Dla założonej funkcji intensywności występowania uszkodzeń połączeń oraz losowych czasów napraw i wymian, przedstawiony zostanie algorytm estymujący wspomniane koszty eksploatacyjne. W algorytmie tym uwzględniona została również stochastyczna stopa procentowa, co oznacza wprowadzenie dodatkowego elementu losowego oraz uwzględnienie założenia o zależności estymowanych kosztów od czasu. Drugim zaprezentowanym przykładem będzie problem estymacji prawdopodobieństwa i innych miar dla ryzyka ruiny w przypadku portfela ubezpieczyciela złożonego z kilku warstw instrumentów finansowo-ubezpieczeniowych. W celu minimalizacji tego ryzyka jednym z uwzględnianych instrumentów będą obligacje katastroficzne. Jest to stosunkowo nowy instrument, którego zadaniem jest transfer ryzyka z rynku ubezpieczeniowego na rynek finansowy w przypadku zachodzenia zjawisk katastroficznych mogących skutkować np. bankructwem ubezpieczyciela.